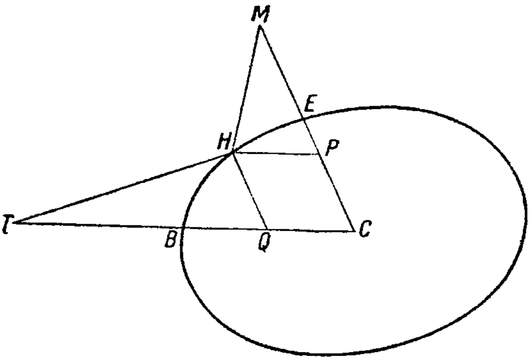
Коническое сечение с центром C и диаметрами CE и CB рассматривают, как геометрическое место таких точек H, что *четыреугольник $CMHT$, ограниченный этими двумя диаметрами, прямой HM, параллельной хордам, сопряженным с CB, и прямой HT, параллельной хордам, сопряженным с CE, имеет постоянную площадь.* Для нас эта *теорема площадей* носит общий характер, при условии, конечно, что в случае невыпуклых четыреугольников мы приписываем знак $+$ или $-$ каждой из их частей в зависимости от их положения по отношению к периметру; наоборот, Аполлоний должен разложить эту теорему на несколько различных теорем, взаимную связь которых он, однако, отлично понимает. Нетрудно понять, какое приложение делает из этой теоремы автор в первой книге, если обратить внимание на то, что сперва она выводится из уравнения кривой по отношению к одному из диаметров и сопряженным с ним хордам и что затем она приводит соответствующим образом к уравнению кривой по отношению к другому диаметру и сопряженным с ним хордам.



Фиг. 22.

Из первой книги упомянем еще о способе проведения касательных. Для этой операции надо, согласно уравнению кривой, провести через точку (x', y') кривой прямую, все другие точки которой (x, y) удовлетворяют неравенству:

$$\frac{y^2}{2px \mp \frac{p}{a}x^2} > \frac{y'^2}{2px' \mp \frac{p}{a}x'^2},$$

неравенству, в котором для параболы $\frac{p}{a}$ принимает значение нуль. Аполлоний показывает, что для эллипса и гиперболы это имеет место, если касательная и ордината в точке (x', y') делят гармонически диаметр (правда, выражение „гармонический" — более позднего происхождения). Не воспроизводя здесь этого слишком пространного доказательства, мы ограничимся доказательством того, что прямая, выходящая из точки (x', y') параболы $y^2 = 2px$ и встречающая ось абсцисс в точке $(-x', 0)$, касательна к параболе. Это можно доказать, примерно, так: если (x, y) представляет какую-нибудь точку этой прямой, то

$$\frac{y^2}{(x'+x)^2} = \frac{y'^2}{4x'^2}.$$